

Matematikë e biznesit II

Provimi periodik 1/2, Forma: A

Emri: _____

Nr. ID: _____

Drejtimi: _____

Data: _____

Zgjedhni përgjigjen korrekte (duke rrethuar **vetëm njërin** nga optionet e ofruara).

1. Funkzioni i kostos së përgjithshme të një artikulli në varësi nga sasia e prodhimit është
 - (a) monoton rritës.
 - (b) monoton zbritës.
 - (c) jomonoton.
2. Elasticiteti i funksionit të kërkesës së një artikulli ka vlerën $E_{x,p} = -5$. Për sa përafërsisht ndryshon vlera e kërkesës, në qoftë se çmimi i atij artikulli rritet për 1%?
 - (a) Rritet për 5%
 - (b) Rritet për 1%
 - (c) Zvogëlohet për 5%
3. Derivati i funksionit të kostos së përgjithshme të një artikulli sipas sasisë të prodhimit është
 - (a) pozitiv.
 - (b) negativ.
 - (c) me parashenjë të papërcaktuar.

Shkruani zgjidhjet në hapësirat e zbrazëta. Në rast nevojë, mund të shfytëzoni faqen tjetër të fletës për llogaritje më të gjata.

4. Funkzioni i të hyrave mesatare është $p = -3x + 3000 + \frac{35\,000}{x}$. Caktoni sasinë e mallit për të cilën të hyrat e përgjithshme janë maksimale. Sa janë të hyrat maksimale?

5. Eshtë dhënë varësia vijuese e çmimit nga kërkesa për një artikull: $p = -\frac{x^2}{5} + 10$. Gjeni funksionin e kërkesës, pastaj llogaritni vlerën $x(5)$.
6. Janë dhënë funksioni i kërkesës $x = -\frac{1}{3}p^2 + 20$ dhe funksioni i ofertës $y = \frac{1}{7}p^2 - \frac{15}{2}$. Caktoni çmimin e prodhimit ashtu që të kemi ekuilibër tregu. Njehsoni sasinë e prodhimit për të cilën tregu është i ekuilibruar.
7. Funksioni i shpenzimeve të përgjithshme është $C = x^2 + 121$. A janë elastike shpenzimet e përgjithshme në qoftë se sasia e mallit të prodhuar ndryshon nga niveli $x = 12$?

8. Çfarë është elasticiteti i funksionit $y = x^{-3}e^{3x}$ në pikën $x = 1$?
9. Vërtetoni se elasticiteti i kostos së përgjithshme është për 1 më i madh sesa elasticiteti i kostos mesatare.
10. Është dhënë funksioni i shpenzimeve të përgjithshme $C = x\sqrt{10x^2 - 200x + 1500}$. Llogaritni sasinë e prodhimit për të cilën **shpenzimet mesatare** janë minimale.

Çelësi i provimit A

Zgjedhni përgjeggjen korrekte (duke rrethuar **vetëm njërin** nga optionet e ofruara).

1. Funkzioni i koston së përgjithshme të një artikulli në varësi nga sasia e prodhimit është
 - (a) monoton rritës.
 - (b) monoton zbritës.
 - (c) jomonoton.
2. Elasticiteti i funksionit të kërkesës së një artikulli ka vlerën $E_{x,p} = -5$. Për sa përafërsisht ndryshon vlera e kërkesës, në qoftë se çmimi i atij artikulli rritet për 1%?
 - (a) Rritet për 5%
 - (b) Rritet për 1%
 - (c) Zvogëlohet për 5%
3. Derivati i funksionit të koston së përgjithshme të një artikulli sipas sasisë të prodhimit është
 - (a) pozitiv.
 - (b) negativ.
 - (c) me parashenjë të papërcaktuar.

Shkruani zgjidhjet në hapësirat e zbrazëta. Në rast nevojë, mund të shfytëzoni faqen tjetër të fletës për llogaritje më të gjata.

4. Funkzioni i të hyrave mesatare është $p = -3x + 3000 + \frac{35\,000}{x}$. Caktoni sasinë e mallit për të cilën të hyrat e përgjithshme janë maksimale. Sa janë të hyrat maksimale?

Zgjidhje. $P(x) = px = -3x^2 + 3000x + 35\,000$,
 $P'(x) = -6x + 3000$,
 $P'(x) = 0 \implies x = 500$.
Meqë $P''(x) < 0$, kemi $P_{max} = P(500) = 785000$.

5. Eshtë dhënë varësia vijuese e çmimit nga kërkesa për një artikull: $p = -\frac{x^2}{5} + 10$. Gjeni funksionin e kërkesës, pastaj llogaritni vlerën $x(5)$.

Zgjidhje. $x = \sqrt{-5p + 50}$, $x(5) = 5$.

6. Janë dhënë funksioni i kërkesës $x = -\frac{1}{3}p^2 + 20$ dhe funksioni i ofertës $y = \frac{1}{7}p^2 - \frac{15}{2}$. Caktoni çmimin e prodhimit ashtu që të kemi ekuilibër tregu. Njehsoni sasinë e prodhimit për të cilën tregu është i ekuilibruar.

Zgjidhje. Nga kushti i ekuilibrit të tregut:

$$x = y$$

fitojmë ekuacionin

$$-\frac{1}{3}p^2 + 20 = \frac{1}{7}p^2 - \frac{15}{2},$$

ose

$$\frac{10}{21}p^2 = \frac{55}{2}.$$

Prandaj, çmimi i ekuilibrit të tregut është

$$p = \sqrt{\frac{231}{4}} \approx 7.60.$$

Tani,

$$x(7.60) = -\frac{1}{3} \cdot 7.60^2 + 20 \approx 0.75.$$

7. Funkzioni i shpenzimeve të përgjithshme është $C = x^2 + 121$. A janë elastike shpenzimet e përgjithshme në qoftë se sasia e mallit të prodhuar ndryshon nga niveli $x = 12$?

Zgjidhje. Meqë

$$E_{C,x} = \frac{x}{C} C' = \frac{2x^2}{x^2 + 121},$$

kemi

$$0 < E_{C,12} = \frac{288}{265} > 1,$$

d.m.th. shpenzimet janë elastike në pikën $x = 12$.

8. Çfarë është elasticiteti i funksionit $y = x^{-3}e^{3x}$ në pikën $x = 1$?

Zgjidhje.

$$\begin{aligned} E_{y,x} &= \frac{x}{y} y' = \frac{x}{x^{-3}e^{3x}} (-3x^{-4}e^{3x} + 3x^{-3}e^{3x}) \\ &= \frac{1}{x^{-4}e^{3x}} x^{n-1} e^{3x} (-3 + 3x) = -3 + 3x. \end{aligned}$$

Meqë

$$E_{y,1} = 0,$$

d.m.th., $|E_{y,1}| = 0$, përfundojmë se funksioni i dhënë është joelastik në pikën $x = 1$.

9. Vërtetoni se elasticiteti i kostos së përgjithshme është për 1 më i madh sesa elasticiteti i kostos mesatare.

Zgjidhje. Meqë $C = x\bar{C}$, kemi

$$\begin{aligned} E_{C,x} &= \frac{x}{C} C' = \frac{x}{x\bar{C}} (x\bar{C})' = \frac{1}{\bar{C}} (\bar{C}' \cdot x + \bar{C}) \\ &= \frac{x}{\bar{C}} \bar{C}' + 1 = E_{\bar{C},x} + 1. \end{aligned}$$

10. Është dhënë funksioni i shpenzimeve të përgjithshme $C = x\sqrt{10x^2 - 200x + 1500}$. Llogaritni sasinë e prodhimit për të cilën **shpenzimet mesatare** janë minimale.

Zgjidhje. Nga

$$\bar{C}(x) = \frac{C}{x}$$

gjejmë

$$\bar{C}(x) = \sqrt{10x^2 - 200x + 1500}.$$

Rrjedhimisht,

$$\bar{C}'(x) = \frac{20x - 200}{2\sqrt{10x^2 - 200x + 1500}}.$$

Zgjidhim ekuacionin

$$\bar{C}'(x) = 0,$$

d.m.th.,

$$20x - 200 = 0,$$

prej nga fitojmë

$$x = 10.$$

Meqë nga

$$\bar{C}''(x) = -\frac{(20x - 200)^2}{4(10x^2 - 200x + 1500)^{3/2}} + \frac{10}{\sqrt{10x^2 - 200x + 1500}}$$

marrim

$$\bar{C}''(10) = \frac{10}{\sqrt{10 \cdot 10^2 - 200 \cdot 10 + 1500}} > 0,$$

përfundojmë se në pikën $x = 10$ funksioni i shpenzimeve mesatare $\bar{C}(x)$ arrin minimum.

Vlera e shpenzimeve mesatare minimale është

$$\bar{C}_{min} = \bar{C}(10) = 500.$$

Matematikë e biznesit II

Provimi periodik 1/2, Forma: **B**

Emri: _____

Nr. ID: _____

Drejtimi: _____

Data: _____

Zgjedhni përgjeggjen korrekte (duke rrethuar **vetëm njërin** nga optionet e ofruara).

1. Derivati i funksionit të kostos **mesatare** të një artikulli sipas sasisë të prodhimit është
 - (a) pozitiv.
 - (b) me parashenjë të papërcaktuar.
 - (c) negativ.
2. Elasticiteti i funksionit të profitit të një artikulli ka vlerën $E_{F,p} = -2$. Për sa përfaqësohet ndryshon vlera e profitit, në qoftë se çmimi i atij artikulli rritet për 2%?
 - (a) Rritet për 2%
 - (b) Zvogëlohet për 4%
 - (c) Zvogëlohet për 2%
3. Funksioni i kostos **mesatare** të një artikulli në varësi nga sasia e prodhimit është
 - (a) monoton rritës.
 - (b) monoton zbritës.
 - (c) jomonoton.

Shkruani zgjidhjet në hapësirat e zbrazëta. Në rast nevojë, mund të shfytëzoni faqen tjetër të fletës për llogaritje më të gjata.

4. Eshtë dhënë varësia vijuese e çmimit nga kërkesa për një artikull: $p = -\frac{x^2}{4} + 25$. Gjeni funksionin e kërkesës, pastaj llogaritni vlerën $x(16)$.

5. Vërtetoni se elasticiteti i kostos së përgjithshme është për 1 më i madh sesa elasticiteti i kostos mesatare.

6. Funkzioni i të hyrave mesatare është $p = -5x + 4000 + \frac{35\,000}{x}$. Caktoni sasinë e mallit për të cilën të hyrat e përgjithshme janë maksimale. Sa janë të hyrat maksimale?

7. Janë dhënë funksioni i kërkesës $x = -\frac{1}{4}p^2 + 25$ dhe funksioni i ofertës $y = \frac{1}{6}p^2 - \frac{17}{2}$. Caktoni çmimin e prodhimit ashtu që të kemi ekuilibër tregu. Njihsoni sasinë e prodhimit për të cilën tregu është i ekuilibruar.

8. Çfarë është elasticiteti i funksionit $y = x^{-3}e^{5x}$ në pikën $x = 1$?

9. Funksioni i shpenzimeve të përgjithshme është $C = x^2 + 121$. A janë elastike shpenzimet e përgjithshme në qoftë se sasia e mallit të prodhuar ndryshon nga niveli $x = 11$?

10. Është dhënë funksioni i shpenzimeve të përgjithshme $C = x\sqrt{9x^2 - 162x + 1229}$. Llogaritni sasinë e prodhimit për të cilën **shpenzimet mesatare** janë minimale.

Çelësi i provimit B

Zgjedhni përgjeggjen korrekte (duke rrethuar **vetëm njërin** nga optionet e ofruara).

1. Derivati i funksionit të kostos **mesatare** të një artikulli sipas sasisë të prodhimit është
 - (a) pozitiv.
 - (b) me parashenjë të papërcaktuar.
 - (c) negativ.
2. Elasticiteti i funksionit të profitit të një artikulli ka vlerën $E_{F,p} = -2$. Për sa përafërsisht ndryshon vlera e profitit, në qoftë se çmimi i atij artikulli rritet për 2%?
 - (a) Rritet për 2%
 - (b) Zvogëlohet për 4%
 - (c) Zvogëlohet për 2%
3. Funksioni i kostos **mesatare** të një artikulli në varësi nga sasia e prodhimit është
 - (a) monoton rritës.
 - (b) monoton zbritës.
 - (c) jomonoton.

Shkruani zgjidhjet në hapësirat e zbrazëta. Në rast nevojë, mund të shfytëzoni faqen tjetër të fletës për llogaritje më të gjata.

4. Është dhënë varësia vijuese e çmimit nga kërkesa për një artikull: $p = -\frac{x^2}{4} + 25$. Gjeni funksionin e kërkesës, pastaj llogaritni vlerën $x(16)$.

Zgjidhje. $x = \sqrt{-4p + 100}$, $x(16) = 6$.

5. Vërtetoni se elasticiteti i kostos së përgjithshme është për 1 më i madh sesa elasticiteti i kostos mesatare.

Zgjidhje. Meqë $C = x\bar{C}$, kemi

$$\begin{aligned} E_{C,x} &= \frac{x}{C} C' = \frac{x}{x\bar{C}} (x\bar{C})' = \frac{1}{\bar{C}} (\bar{C}' \cdot x + \bar{C}) \\ &= \frac{x}{\bar{C}} \bar{C}' + 1 = E_{\bar{C},x} + 1. \end{aligned}$$

6. Funksioni i të hyrave mesatare është $p = -5x + 4000 + \frac{35\,000}{x}$. Caktoni sasinë e mallit për të cilën të hyrat e përgjithshme janë maksimale. Sa janë të hyrat maksimale?

Zgjidhje. $P(x) = px = -5x^2 + 4000x + 35\,000$,
 $P'(x) = -10x + 4000$,
 $P'(x) = 0 \implies x = 400$.
 Meqë $P''(x) < 0$, kemi $P_{max} = P(400) = 835\,000$.

7. Janë dhënë funksioni i kërkesës $x = -\frac{1}{4}p^2 + 25$ dhe funksioni i ofertës $y = \frac{1}{6}p^2 - \frac{17}{2}$. Caktoni çmimin e prodhimit ashtu që të kemi ekuilibër tregu. Njehsoni sasinë e prodhimit për të cilën tregu është i ekuilibruar.

Zgjidhje. Nga kushti i ekuilibrit të tregut:

$$x = y$$

fitojmë ekuacionin

$$-\frac{1}{4}p^2 + 25 = \frac{1}{6}p^2 - \frac{17}{2},$$

ose

$$\frac{5}{12}p^2 = \frac{67}{2}.$$

Prandaj, çmimi i ekuilibrit të tregut është

$$p = \sqrt{\frac{402}{5}} \approx 8.97.$$

Tani,

$$x(8.97) = -\frac{1}{4} \cdot 8.97^2 + 25 \approx 4.90.$$

8. Çfarë është elasticiteti i funksionit $y = x^{-3}e^{5x}$ në pikën $x = 1$?

Zgjidhje.

$$\begin{aligned} E_{y,x} &= \frac{x}{y} y' = \frac{x}{x^{-3}e^{5x}} (-3x^{-4}e^{5x} + 5x^{-3}e^{5x}) \\ &= \frac{1}{x^{-4}e^{5x}} x^{n-1} e^{5x} (-3 + 5x) = -3 + 5x. \end{aligned}$$

Meqë

$$E_{y,1} = 2,$$

d.m.th., $|E_{y,1}| = 2$, përfundojmë se funksioni i dhënë është elastik në pikën $x = 1$.

9. Funksioni i shpenzimeve të përgjithshme është $C = x^2 + 121$. A janë elastike shpenzimet e përgjithshme në qoftë se sasia e mallit të prodhuar ndryshon nga niveli $x = 11$?

Zgjidhje. Meqë

$$E_{C,x} = \frac{x}{C} C' = \frac{2x^2}{x^2 + 121},$$

kemi

$$0 < E_{C,11} = 1,$$

d.m.th. shpenzimet janë me elasticitet unitar në pikën $x = 11$.

10. Është dhënë funksioni i shpenzimeve të përgjithshme $C = x\sqrt{9x^2 - 162x + 1229}$. Llogaritni sasinë e prodhimit për të cilën **shpenzimet mesatare** janë minimale.

Zgjidhje. Nga

$$\bar{C}(x) = \frac{C}{x}$$

gjejmë

$$\bar{C}(x) = \sqrt{9x^2 - 162x + 1229}.$$

Rrjedhimisht,

$$\bar{C}'(x) = \frac{18x - 162}{2\sqrt{9x^2 - 162x + 1229}}.$$

Zgjidhim ekuacionin

$$\bar{C}'(x) = 0,$$

d.m.th.,

$$18x - 162 = 0,$$

prej nga fitojmë

$$x = 9.$$

Meqë nga

$$\bar{C}''(x) = -\frac{(18x - 162)^2}{4(9x^2 - 162x + 1229)^{3/2}} + \frac{9}{\sqrt{9x^2 - 162x + 1229}}$$

marrim

$$\bar{C}''(9) = \frac{9}{\sqrt{9 \cdot 9^2 - 162 \cdot 9 + 1229}} > 0,$$

përfundojmë se në pikën $x = 9$ funksioni i shpenzimeve mesatare $\bar{C}(x)$ arrin minimum.

Vlera e shpenzimeve mesatare minimale është

$$\bar{C}_{min} = \bar{C}(9) = 500.$$

Matematikë e biznesit II

Provimi periodik 1/2, Forma: C

Emri: _____

Nr. ID: _____

Drejtimi: _____

Data: _____

Zgjedhni përgjeggjen korrekte (duke rrethuar **vetëm njërin** nga optionet e ofruara).

1. Derivati i funksionit të profitit të një artikulli sipas sasisë të prodhimit është
 - (a) pozitiv.
 - (b) me parashenjë të papërcaktuar.
 - (c) negativ.
2. Elasticiteti i funksionit të kostos mesatare të një artikulli ka vlerën $E_{\bar{C},p} = -\frac{1}{5}$. Për sa përafërsisht ndryshon vlera e kostos mesatare, në qoftë se çmimi i atij artikulli rritet për 5%?
 - (a) Zvogëlohet për 1%
 - (b) Rritet për 25%
 - (c) Zvogëlohet për 0.20%
3. Funksioni i profitit të një artikulli në varësi nga sasia e prodhimit është
 - (a) monoton rritës.
 - (b) monoton zbritës.
 - (c) jomonoton.

Shkruani zgjidhjet në hapësirat e zbrazëta. Në rast nevojë, mund të shfytëzoni faqen tjetër të fletës për llogaritje më të gjata.

4. Vërtetoni se elasticiteti i të hyrave të përgjithshme është për 1 më i madh sesa elasticiteti i të hyrave mesatare.

5. Funkzioni i shpenzimeve të përgjithshme është $C = x^2 + 121$. A janë elastike shpenzimet e përgjithshme në qoftë se sasia e mallit të prodhuar ndryshon nga niveli $x = 10$?

6. Çfarë është elasticiteti i funksionit $y = x^{-3}e^x$ në pikën $x = 1$?

7. Është dhënë funksioni i shpenzimeve të përgjithshme $C = x\sqrt{8x^2 - 128x + 1012}$. Llogaritni sasinë e prodhimit për të cilën **shpenzimet mesatare** janë minimale.

8. Është dhënë varësia vijuese e çmimit nga kërkesa për një artikull: $p =$

$-4x^2 + 140$. Gjeni funksionin e kërkesës, pastaj llogaritni vlerën x (76).

9. Funksioni i të hyrave mesatare është $p = -6x + 3600 + \frac{35\,000}{x}$. Caktoni sasinë e mallit për të cilën të hyrat e përgjithshme janë maksimale. Sa janë të hyrat maksimale?

10. Janë dhënë funksioni i kërkesës $x = -\frac{1}{5}p^2 + 30$ dhe funksioni i ofertës $y = \frac{1}{4}p^2 - \frac{13}{2}$. Caktoni çmimin e prodhimit ashtu që të kemi ekuilibër tregu. Njihsoni sasinë e prodhimit për të cilën tregu është i ekuilibruar.

Çelësi i provimit C

Zgjedhni përgjeggjen korrekte (duke rrethuar **vetëm njërin** nga optionet e ofruara).

1. Derivati i funksionit të profitit të një artikulli sipas sasisë të prodhimit është
 - (a) pozitiv.
 - (b) me parashenjë të papërcaktuar.
 - (c) negativ.
2. Elasticiteti i funksionit të kostos mesatare të një artikulli ka vlerën $E_{C,p} = -\frac{1}{5}$. Për sa përafërsisht ndryshon vlera e kostos mesatare, në qoftë se çmimi i atij artikulli rritet për 5%?
 - (a) Zvogëlohet për 1%
 - (b) Rritet për 25%
 - (c) Zvogëlohet për 0.20%
3. Funksioni i profitit të një artikulli në varësi nga sasia e prodhimit është
 - (a) monoton rritës.
 - (b) monoton zbritës.
 - (c) jomonoton.

Shkruani zgjidhjet në hapësirat e zbrazëta. Në rast nevojë, mund të shfytëzoni faqen tjetër të fletës për llogaritje më të gjata.

4. Vërtetoni se elasticiteti i të hyrave të përgjithshme është për 1 më i madh sesa elasticiteti i të hyrave mesatare.

Zgjidhje. Meqë $P = xp$, kemi

$$\begin{aligned} E_{P,x} &= \frac{x}{P} P' = \frac{x}{xp} (xp)' = \frac{1}{p} (p' \cdot x + p) \\ &= \frac{x}{p} p' + 1 = E_{p,x} + 1. \end{aligned}$$

5. Funksioni i shpenzimeve të përgjithshme është $C = x^2 + 121$. A janë elastike shpenzimet e përgjithshme në qoftë se sasia e mallit të prodhuar ndryshon nga niveli $x = 10$?

Zgjidhje. Meqë

$$E_{C,x} = \frac{x}{C} C' = \frac{2x^2}{x^2 + 121},$$

kemi

$$0 < E_{C,10} = \frac{200}{221} < 1,$$

d.m.th. shpenzimet janë joelastike në pikën $x = 10$.

6. Çfarë është elasticiteti i funksionit $y = x^{-3}e^x$ në pikën $x = 1$?

Zgjidhje.

$$\begin{aligned} E_{y,x} &= \frac{x}{y} y' = \frac{x}{x^{-3}e^x} (-3x^{-4}e^x + x^{-3}e^x) \\ &= \frac{1}{x^{-4}e^x} x^{n-1} e^x (-3 + x) = -3 + x. \end{aligned}$$

Meqë

$$E_{y,1} = -2,$$

d.m.th., $|E_{y,1}| = 2$, përfundojmë se funksioni i dhënë është elastik në pikën $x = 1$.

7. Është dhënë funksioni i shpenzimeve të përgjithshme $C = x\sqrt{8x^2 - 128x + 1012}$. Llogaritni sasinë e prodhimit për të cilën **shpenzimet mesatare** janë minimale.

Zgjidhje. Nga

$$\bar{C}(x) = \frac{C}{x}$$

gjejmë

$$\bar{C}(x) = \sqrt{8x^2 - 128x + 1012}.$$

Rrjedhimisht,

$$\bar{C}'(x) = \frac{16x - 128}{2\sqrt{8x^2 - 128x + 1012}}.$$

Zgjidhim ekuacionin

$$\bar{C}'(x) = 0,$$

d.m.th.,

$$16x - 128 = 0,$$

prej nga fitojmë

$$x = 8.$$

Meqë nga

$$\bar{C}''(x) = -\frac{(16x - 128)^2}{4(8x^2 - 128x + 1012)^{3/2}} + \frac{8}{\sqrt{8x^2 - 128x + 1012}}$$

marrim

$$C''(8) = \frac{8}{\sqrt{8 \cdot 8^2 - 128 \cdot 8 + 1012}} > 0,$$

përfundojmë se në pikën $x = 8$ funksioni i shpenzimeve mesatare $\bar{C}(x)$ arrin minimum.

Vlera e shpenzimeve mesatare minimale është

$$\bar{C}_{min} = \bar{C}(8) = 500.$$

8. Eshtë dhënë varësia vijuese e çmimit nga kërkesa për një artikull: $p = -4x^2 + 140$. Gjeni funksionin e kërkesës, pastaj llogaritni vlerën $x(76)$.

Zgjidhje. $x = \sqrt{-\frac{p}{4} + 35}$, $x(76) = 4$.

9. Funkzioni i të hyrave mesatare është $p = -6x + 3600 + \frac{35\,000}{x}$. Caktoni sasinë e mallit për të cilën të hyrat e përgjithshme janë maksimale. Sa janë të hyrat maksimale?

Zgjidhje. $P(x) = px = -6x^2 + 3600x + 35\,000$,
 $P'(x) = -12x + 3600$,
 $P'(x) = 0 \implies x = 300$.
Megjë $P''(x) < 0$, kemi $P_{max} = P(300) = 575000$.

10. Janë dhënë funksioni i kërkesës $x = -\frac{1}{5}p^2 + 30$ dhe funksioni i ofertës $y = \frac{1}{4}p^2 - \frac{13}{2}$. Caktoni çmimin e prodhimit ashtu që të kemi ekuilibër tregu. Njehsoni sasinë e prodhimit për të cilën tregu është i ekuilibruar.

Zgjidhje. Nga kushti i ekuilibrit të tregut:

$$x = y$$

fitojmë ekuacionin

$$-\frac{1}{5}p^2 + 30 = \frac{1}{4}p^2 - \frac{13}{2},$$

ose

$$\frac{9}{20}p^2 = \frac{73}{2}.$$

Prandaj, çmimi i ekuilibrit të tregut është

$$p = \sqrt{\frac{730}{9}} \approx 9.01.$$

Tani,

$$x(9.01) = -\frac{1}{5} \cdot 9.01^2 + 30 \approx 13.78.$$

Matematikë e biznesit II

Provimi periodik 1/2, Forma: D

Emri: _____

Nr. ID: _____

Drejtimi: _____

Data: _____

Zgjedhni përgjeggjen korrekte (duke rrethuar **vetëm njërin** nga opcionet e ofruara).

1. Funkzioni i të hyrave **mesatare** të një artikulli në varësi nga sasia e kërkuar e prodhimit është
 - (a) jomonoton.
 - (b) monoton rritës.
 - (c) monoton zbritës.
2. Elasticiteti i funksionit të kërkesës së një artikulli ka vlerën $E_{x,p} = -\frac{1}{4}$. Për sa përafërsisht ndryshon vlera e kërkesës, në qoftë se çmimi i atij artikulli rritet për 2%?
 - (a) Rritet për 0.5%
 - (b) Zvogëlohet për 0.25%
 - (c) Zvogëlohet për 0.5%
3. Derivati i funksionit të të hyrave **mesatare** të një artikulli sipas sasisë së kërkuar të prodhimit është
 - (a) me parashenjë të papërcaktuar.
 - (b) pozitiv.
 - (c) negativ.

Shkruani zgjidhjet në hapësirat e zbrazëta. Në rast nevojë, mund të shfytëzoni faqen tjetër të fletës për llogaritje më të gjata.

4. Funkzioni i shpenzimeve të përgjithshme është $C = x^2 + 121$. A janë elastike shpenzimet e përgjithshme në qoftë se sasia e mallit të prodhuar ndryshon nga niveli $x = 6$?

5. Janë dhënë funksioni i kërkesës $x = -\frac{1}{6}p^2 + 35$ dhe funksioni i ofertës $y = \frac{1}{5}p^2 - \frac{11}{2}$. Caktoni çmimin e prodhimit ashtu që të kemi ekuilibër tregu. Njehsoni sasinë e prodhimit për të cilën tregu është i ekuilibruar.
6. Eshtë dhënë varësia vijuese e çmimit nga kërkesa për një artikull: $p = -6x^2 + 180$. Gjeni funksionin e kërkesës, pastaj llogaritni vlerën $x(30)$.
7. Çfarë është elasticiteti i funksionit $y = x^{-3}e^{2x}$ në pikën $x = 1$?
8. Funksioni i të hyrave mesatare është $p = -7x + 2100 + \frac{35\,000}{x}$. Caktoni sasinë e mallit për të cilën të hyrat e përgjithshme janë maksimale. Sa

janë të hyrat maksimale?

9. Vërtetoni se elasticiteti i të hyrave të përgjithshme është për 1 më i madh sesa elasticiteti i të hyrave mesatare.

10. Është dhënë funksioni i shpenzimeve të përgjithshme $C = x\sqrt{7x^2 - 98x + 843}$. Llogaritni sasinë e prodhimit për të cilën **shpenzimet mesatare** janë minimale.

Çelësi i provimit D

Zgjedhni përgjigjjen korrekte (duke rrethuar **vetëm njërin** nga optionet e ofruara).

1. Funkzioni i të hyrave **mesatare** të një artikulli në varësi nga sasia e kërkuar e prodhimit është
 - (a) jomonoton.
 - (b) monoton rritës.
 - (c) monoton zbritës.
2. Elasticiteti i funksionit të kërkesës së një artikulli ka vlerën $E_{x,p} = -\frac{1}{4}$. Për sa përafërsisht ndryshon vlera e kërkesës, në qoftë se çmimi i atij artikulli rritet për 2%?
 - (a) Rritet për 0.5%
 - (b) Zvogëlohet për 0.25%
 - (c) Zvogëlohet për 0.5%
3. Derivati i funksionit të të hyrave **mesatare** të një artikulli sipas sasisë së kërkuar të prodhimit është
 - (a) me parashenjë të papërcaktuar.
 - (b) pozitiv.
 - (c) negativ.

Shkruani zgjidhjet në hapësirat e zbrazëta. Në rast nevojë, mund të shfytëzoni faqen tjetër të fletës për llogaritje më të gjata.

4. Funkzioni i shpenzimeve të përgjithshme është $C = x^2 + 121$. A janë elastike shpenzimet e përgjithshme në qoftë se sasia e mallit të prodhuar ndryshon nga niveli $x = 6$?

Zgjidhje. Meqë

$$E_{C,x} = \frac{x}{C} C' = \frac{2x^2}{x^2 + 121},$$

kemi

$$0 < E_{C,6} = \frac{72}{157} < 1,$$

d.m.th. shpenzimet janë joelastike në pikën $x = 6$.

5. Janë dhënë funksioni i kërkesës $x = -\frac{1}{6}p^2 + 35$ dhe funksioni i ofertës $y = \frac{1}{5}p^2 - \frac{11}{2}$. Caktoni çmimin e prodhimit ashtu që të kemi ekuilibër tregu. Njehsoni sasinë e prodhimit për të cilën tregu është i ekuilibruar.

Zgjidhje. Nga kushti i ekuilibrit të tregut:

$$x = y$$

fitojmë ekuacionin

$$-\frac{1}{6}p^2 + 35 = \frac{1}{5}p^2 - \frac{11}{2},$$

ose

$$\frac{11}{30}p^2 = \frac{81}{2}.$$

Prandaj, çmimi i ekuilibrit të tregut është

$$p = \sqrt{\frac{1215}{11}} \approx 10.51.$$

Tani,

$$x(10.51) = -\frac{1}{6} \cdot 10.51^2 + 35 \approx 16.59.$$

6. Është dhënë varësia vijuese e çmimit nga kërkesa për një artikull: $p = -6x^2 + 180$. Gjeni funksionin e kërkesës, pastaj llogaritni vlerën $x(30)$.

Zgjidhje. $x = \sqrt{-\frac{p}{6} + 30}$, $x(30) = 5$.

7. Çfarë është elasticiteti i funksionit $y = x^{-3}e^{2x}$ në pikën $x = 1$?

Zgjidhje.

$$\begin{aligned} E_{y,x} &= \frac{x}{y} y' = \frac{x}{x^{-3}e^{2x}} (-3x^{-4}e^{2x} + 2x^{-3}e^{2x}) \\ &= \frac{1}{x^{-4}e^{2x}} x^{n-1} e^{2x} (-3 + 2x) = -3 + 2x. \end{aligned}$$

Meqë

$$E_{y,1} = -1,$$

d.m.th., $|E_{y,1}| = 1$, përfundojmë se funksioni i dhënë është me elasticitet unitar në pikën $x = 1$.

8. Funksioni i të hyrave mesatare është $p = -7x + 2100 + \frac{35000}{x}$. Caktoni sasinë e mallit për të cilën të hyrat e përgjithshme janë maksimale. Sa janë të hyrat maksimale?

Zgjidhje. $P(x) = px = -7x^2 + 2100x + 35000$,

$$P'(x) = -14x + 2100,$$

$$P'(x) = 0 \implies x = 150.$$

Meqë $P''(x) < 0$, kemi $P_{max} = P(150) = 192500$.

9. Vërtetoni se elasticiteti i të hyrave të përgjithshme është për 1 më i madh sesa elasticiteti i të hyrave mesatare.

Zgjidhje. Meqë $P = xp$, kemi

$$\begin{aligned} E_{P,x} &= \frac{x}{P} P' = \frac{x}{xp} (xp)' = \frac{1}{p} (p' \cdot x + p) \\ &= \frac{x}{p} p' + 1 = E_{p,x} + 1. \end{aligned}$$

10. Është dhënë funksioni i shpenzimeve të përgjithshme $C = x\sqrt{7x^2 - 98x + 843}$. Llogaritni sasinë e prodhimit për të cilën **shpenzimet mesatare** janë minimale.

Zgjidhje. Nga

$$\bar{C}(x) = \frac{C}{x}$$

gjejmë

$$\bar{C}(x) = \sqrt{7x^2 - 98x + 843}.$$

Rrjedhimisht,

$$\bar{C}'(x) = \frac{14x - 98}{2\sqrt{7x^2 - 98x + 843}}.$$

Zgjidhim ekuacionin

$$\bar{C}'(x) = 0,$$

d.m.th.,

$$14x - 98 = 0,$$

prej nga fitojmë

$$x = 7.$$

Meqë nga

$$\bar{C}''(x) = -\frac{(14x - 98)^2}{4(7x^2 - 98x + 843)^{3/2}} + \frac{7}{\sqrt{7x^2 - 98x + 843}}$$

marrim

$$C''(7) = \frac{7}{\sqrt{7 \cdot 7^2 - 98 \cdot 7 + 843}} > 0,$$

përfundojmë se në pikën $x = 7$ funksioni i shpenzimeve mesatare $\bar{C}(x)$ arrin minimum.

Vlera e shpenzimeve mesatare minimale është

$$\bar{C}_{min} = \bar{C}(7) = 500.$$