

# Njehsimi i interesit të përbërë

## Kapitalizimi i vazhdueshëm

F. M. Berisha, N. Berisha



Universiteti i Prishtinës

## Qëllimet dhe objektivat

- Të kuptuarit e lidhmërisë ndërmjet njehsimit procentual dhe llogaritjes së interesit të përbërë
- Njehsimi i interesit të përbërë me periudha të ndryshme kapitalizimi
- Kapitalizimi i vazhdueshëm

# Përmbajtja

- 1 Njehsimi i interesit të përbërë
  - Rasti i kapitalizimit vjetor
  - Rasti i kapitalizimit periodik
  - Shembuj aplikacionesh
- 2 Kapitalizimi i vazhdueshëm

# Njehsimi i interesit të përbërë

- Në qoftë se interesi llogaritet pas  $n$  periudhash përlllogaritëse, atëherë zakonisht zbatohet llogritja e „interesit në interes“, ose, siç thuhet, *interesit të përbërë*.
- Të dhënat:
  - $K$  – kapitali fillestar (vlera e tashme),
  - $p$  – përqindja vjetore e interesit të përbërë,
  - $n$  – numri i viteve të kohëzgjatjes së kontratës,
  - $K_n$  – vlere e ardhme e kapitalit.

## Njehsimi i interesit të përbërë. (Vazhdim)

- Pas *kapitalizimit* të parë:

$$K_1 = K + \frac{Kp}{100} = K \left( 1 + \frac{p}{100} \right)$$

- Pas kapitalizimit të dytë:

$$K_2 = K_1 + \frac{K_1 p}{100} = K_1 \left( 1 + \frac{p}{100} \right) = K \left( 1 + \frac{p}{100} \right)^2$$

- Pas kapitalizimit të tretë:

$$K_3 = K_2 + \frac{K_2 p}{100} = K_2 \left( 1 + \frac{p}{100} \right) = K \left( 1 + \frac{p}{100} \right)^3,$$

## Interesi i përbërë me kapitalizim vjetor

### Vlera e ardhme me kapitalizim vjetor

Në qoftë se  $K \in$  investohen me përqindje vjetore interesi  $p\%$  dhe kapitalizim vjetor, *vlera e ardhme* në fund të vitit të  $n$ -të është

$$K_n = K \left( 1 + \frac{p}{100} \right)^n .$$

### Faktor i interesit me kapitalizim vjetor

Vlera

$$r = 1 + \frac{p}{100}$$

quhet *faktor i interesit të përbërë*.

## Interesi i përbërë me kapitalizim periodik

### Vlera e ardhme me kapitalizim periodik

Në qoftë se  $K \in$  investohen me përqindje vjetore interesi  $p\%$  dhe  $m$  kapitalizime në vit, atëherë numri total i kapitalizimeve është  $mn$ , përqindja e interesit për një periudhë kapitalizuese është  $\frac{p}{m}$  dhe vlera e ardhme në fund të vitit të  $n$ -të është

$$K_{mn} = K \left( 1 + \frac{p}{100m} \right)^{mn}.$$

## Interesi i përbërë me kapitalizim periodik. (Vazhdim)

### Faktori i interesit me kapitalizim periodik

Në qotë se numri i kapitalizimeve në vit është  $m$ , atëherë faktori i interesit të përbërë është

$$r = 1 + \frac{p}{100m}.$$



## Vlera e ardhme me kapitalizim vjetor

### Example

Në qoftë se në fillim të vitit 1994 janë deponuar në bankë 10,000 € me përqindje 8% (p.a.d) dhe kapitalizim vjetor, çfarë do të jetë vlera e kapitalit në fillim të vitit 2015?

### Solution.

Meqë  $K = 10,000$ ,  $p = 8$ ,  $n = 2015 - 1994 = 21$ , kemi

$$K_{21} = 10,000 \left(1 + \frac{8}{100}\right)^{21} \approx 50,338.34.$$



## Vlera e tashme me kapitalizim vjetor

### Example

Çfarë kapitali fillestar duhet deponuar në bankë me interes vjetor 5% (p.a.d) ashtu që pas 5 vjetësh të disponohet me 1,000 €?

### Solution.

Kemi  $p = 5$ ,  $K_5 = 1,000$  dhe  $n = 5$ . Kërkohet  $K$ .

$$K = K_n \left(1 + \frac{p}{100}\right)^{-n}$$

$$K = 1,000 \left(1 + \frac{5}{100}\right)^{-5} \approx 783.53.$$



## Gjetja e përqindjes vjetore të interesit

### Example

Çfarë përqindje vjetore interesi të përbërë ka paguar banka në qoftë se pas 8 vjetësh nga deponimi i 1,000 € është fituar interes prej 400 €?

### Solution.

Kemi  $K = 1,000$ ,  $p = ?$ ,

$$K_n = K + I = 1,000 + 400 = 1,400.$$

$$p = 100 \left( \sqrt[n]{\frac{K_n}{K}} - 1 \right) = 100 \left( \sqrt[8]{\frac{1,400}{1,000}} - 1 \right) \approx 4.3.$$



## Numri i kapitalizimeve semestrale

### Example

Për cilën kohë shuma prej 50,000 € do të rritet për 25,000 € në qoftë se kapitalizimi është semestral me 6% (p.a.d)?

## Numri i kapitalizimeve semestrale. (Vazhdim)

### Solution.

Kemi  $K = 50,000$ ,  $p = 6$ ,  $m = 2$ ,

$$K_{2n} = K + I = 50,000 + 25,000 = 75,000.$$

$$75,000 = 50,000 \left(1 + \frac{6}{100 \cdot 2}\right)^{2n}$$

$$1.03^{2n} = 1.5.$$

$$2n \log 1.03 = \log 1.5$$

$$n = \frac{\log 1.5}{2 \log 1.03} \approx 6.86.$$

Pra, interesi i dhënë do të arrihet (dhe tejkalohet)  
në fund të vitit të shtatë.



# Kapitalizimi i vazhdueshëm

- Në aplikime më të avansuara (kryesisht makroekonomike) ku ndryshime ndodhin me frekuencë të lartë përdoret kapitalizimi i vazhdueshëm.
- Të dhënat:
  - $K$  – kapitali fillestar (vlera e tashme),
  - $p$  – përqindja e interesit me kapitalizim të vazhdueshëm,
  - $n$  – numri i viteve të kohëzgjatjes së kontratës,
  - $K_{\infty n}$  – vlera e ardhme e kapitalit.

## Njehsimi i interesit të përbërë me kapitalizim të vazhdueshëm.

### Vlera e ardhme me kapitalizim të vazhdueshëm

Në qoftë se  $K \in$  investohen me përqindje vjetore interesi  $p\%$  dhe kapitalizim të vazhdueshëm, atëherë vlera e ardhme në fund të vitit të  $n$ -të është

$$K_{\infty n} = Ke^{n \frac{p}{100}}$$

## Vlera e tashme me kapitalizim të vazhdueshëm

### Example

Z.-sha Tringa do t'i regjistrojë studimet e Administrimit të biznesit. Pas diplomimit pas 4 vjetësh, ajo dëshiron të udhëtojë në SHBA për të cilin udhëtim vlerëson t'i kushtojë 5,000 €. Sa duhet të investojë sot me 7% (p.a.d) dhe kapitalizim të vazhdueshëm për të pasur mjaft për udhëtimin.

### Solution.

Kemi  $n = 4$ ,  $p = 7$ ,  $K_{\infty 4} = 5,000$ .

$$K = K_{\infty n} e^{-n \frac{p}{100}} = 5,000 e^{-4 \frac{7}{100}} \approx 3,778.92.$$





## Koha e dyfishimit të kapitalit

### Example

Për sa kohë do të dyfishohet shuma e investuar me interes vjetor 8% (p.a.d) dhe kapitalizim të vazhdueshëm?

## Koha e dyfishimit të kapitalit. (Vazhdim)

Solution.

Kemi  $p = 8$ .

$$K_{\infty n} = 2K$$

$$Ke^{n\frac{p}{100}} = 2K$$

$$e^{n\frac{p}{100}} = 2$$

$$e^{0.08n} = 2$$

$$0.08n = \ln 2$$

$$n = \frac{\ln 2}{0.08} \approx 8.66$$



## Udhëzime për lexim të mëtejme

- <http://www.fberisha.org>
- **Detyrë shtëpie:** Detyrat për ushtrime nga materiali mësimor.
- F. M. Berisha, M. Q. Berisha, *Matematikë – për biznes dhe ekonomiks*, fq. 73–81.

# Përfundim

- Llogaritja e interesit të përbërë me
  - një kapitalizim në vit ( $m = 1$ ),
  - $m$  kapitalizime në vit.
- Llogaritja e interesit të përbërë me kapitalizim të vazhdueshëm ( $m \rightarrow \infty$ ).