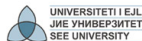


Funksionet lineare

F. M. Berisha



Universiteti i Evropës Juglindore, Tetovë

Qëllimet dhe objektivat

- Kuptimi i nocionit të një funksioni linear dhe skicimi i grafikut të tij.
- Kuptimi i nocionit të pjerrtësisë së një drejtëze.
- Zbatimi i formave pjerrtësi-pikëprerje dhe pikë-pjerrtësi të ekuacionit të një drejtëze për zgjidhje problemesh nga aplikacione.

Përmbajtja

- 1 Nocioni i një funksioni linear
 - Një funksion linear i kostos
 - Nocioni i një funksioni linear dhe grafiku i tij
- 2 Pjerrtësia e një drejtëze
 - Nocioni i pjerrtësisë
 - Shembull
 - Drejtimi dhe rrëpira e një drejtëze
- 3 Ekuacioni i një drejtëze
 - Pjerrtësia dhe y -pikëprerja
 - Forma pjerrtësi-pikëprerje
 - Forma pikë-pjerrtësi

Zbatim funksioni linear

Shembull

Kostoja totale e një prodhuesi përbëhet nga kostoja fikse prej 100 € dhe kostot e prodhimit 60 € për njësi.

Shprehni koston totale si funksion të numrit të njësive të prodhuara dhe vizatoni grafikun.

Zbatim funksioni linear. (Vazhdim)

Zgjidhje.

Shënojmë me x numrin e njësive të prodhuara dhe me $C(x)$ koston totale përkatëse.

$$[\text{Kostoja totale}] = [\text{Kostoja për njësi}] \cdot [\text{Numri i njësive}] + [\text{Kostoja fikse}],$$

ku

$$[\text{Kostoja për njësi}] = 60,$$

$$[\text{Numri i njësive}] = x,$$

$$[\text{Kostoja fikse}] = 100.$$

Pra,

$$C(x) = 60x + 100.$$

Grafiku i funksionit të koston totale është skicuar në figurën vijuese. □

Grafiku i funksionit të koston

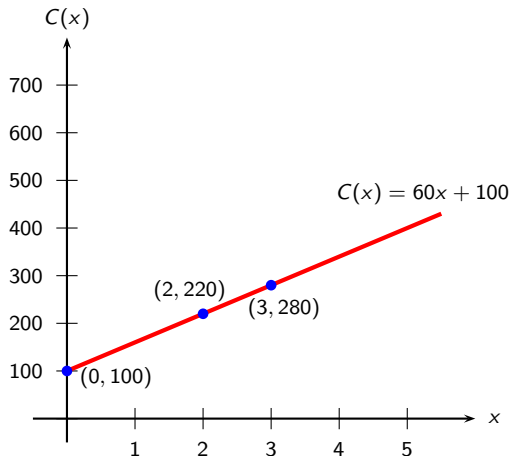


Figura: Funksioni i koston $C(x) = 60x + 100$.

Nocioni i një funksioni linear

Funksion linear

- *Funksion linear* është një funksion i cili ndryshon me shpejtësi konstante sipas ndryshores së pavarur.
- Grafiku i një funksioni linear është drejtëz.
- Ekuacioni i një funksioni linear ka formën

$$y = mx + b,$$

ku m dhe b janë konstanta.

Pjerrtësia e një drejtëze

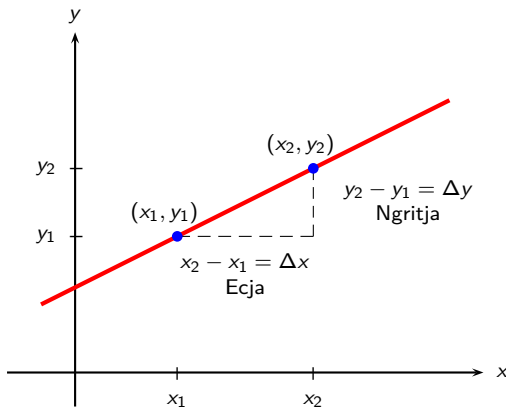


Figura: Pjerrtësia $\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{\Delta y}{\Delta x}$.

Pjerrtësia e një drejtëze. (Vazhdim)

- Pjerrtësia është herësi

$$[Pjerrtësia] = \frac{[Ngritja]}{[Ecja]} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}.$$

- Vejmë $\Delta y = y_2 - y_1$ dhe $\Delta x = x_2 - x_1$.

Pjerrtësi e një drejtëze

Pjerrtësia e drejtëzës e cila kalon nëpër pikat (x_1, y_1) dhe (x_2, y_2) jepet me formulën

$$[Pjerrtësia] = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}.$$

Shembull pjerrtësie

Shembull

Gjeni pjerrtësinë e drejtëzës e cila bashkon pikat $(-3, 4)$ dhe $(2, -1)$.

Zgjidhje.

$$[\text{Pjerrtësia}] = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{-1 - 4}{2 - (-3)} = \frac{-5}{5} = -1.$$

Grafiku është dhënë në figurën vijuese.



Shembull pjerrtësie. (Vazhdim)

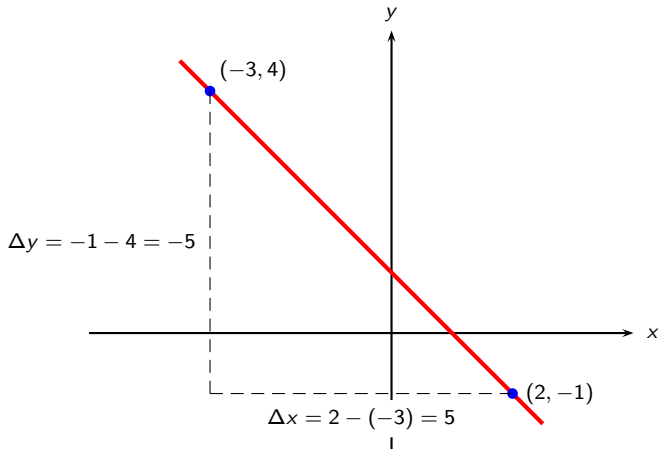


Figura: Drejtëza që bashkon pikat $(-3, 4)$ dhe $(2, -1)$.

Drejtimi dhe rrëpira e një drejtëze

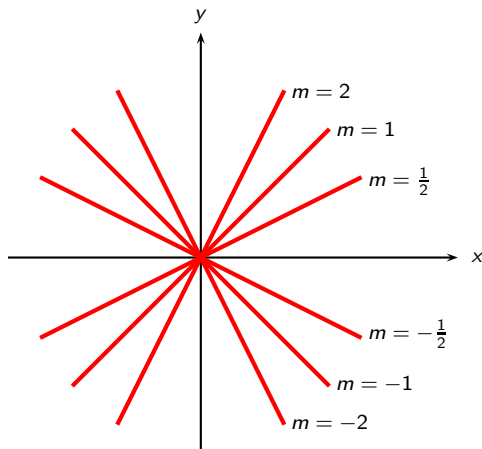


Figura: Drejtimi dhe rrëpira e një drejtëze.

Drejtëzat horizontale dhe ato vertikale

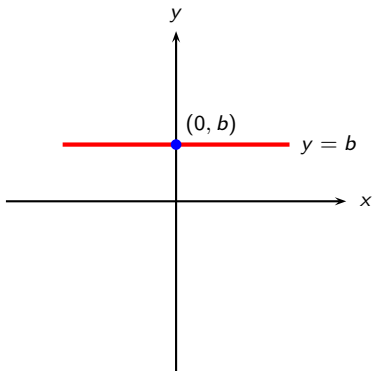


Figura: Drejtëza horizontale $y = b$.

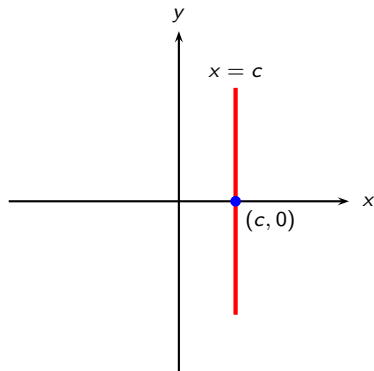


Figura: Drejtëza vertikale $x = c$.

Pjerrtësia dhe y-pikëprerja

- Ekuacioni i një drejtëze:

$$y = mx + b$$

- Pjerrtësia e drejtëzës:

$$\begin{aligned} [\text{Pjerrtësia}] &= \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{(mx_2 + b) - (mx_1 + b)}{x_2 - x_1} \\ &= \frac{mx_2 - mx_1}{x_2 - x_1} = \frac{m(x_2 - x_1)}{x_2 - x_1} = m. \end{aligned}$$

- y-pikëprerja e drejtëzës: $(0, b)$

Pjerrtësia dhe y -pikëprerja. (Vazhdim)

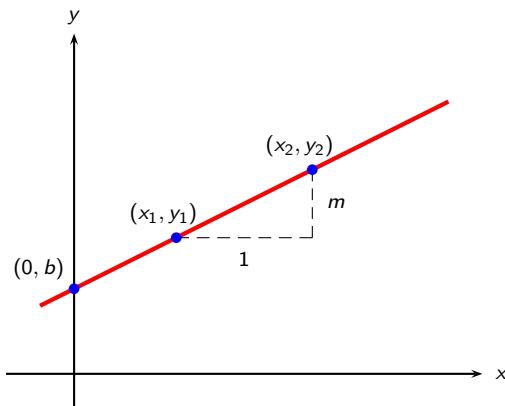


Figura: Pjerrtësia dhe y -pikëprerja e drejtëzës $y = mx + b$.

Forma pjerrtësi-pikëprerje e ekuacionit të një drejtëze

Forma pjerrtësi-pikëprerje e ekuacionit të një drejtëze

Ekuacioni

$$y = mx + b$$

është ekuacioni i drejtëzës me pjerrtësi m
dhe y-pikëprerje në $(0, b)$.

Shembull i formës pjerrtësi-pikëprerje

Shembull

Gjeni pjerrtësinë dhe y-pikëprerjen e drejtëzës $3y + 2x = 6$.

Zgjidhje.

Rishkruajmë ekuacionin në formën pjerrtësi-pikëprerje $y = mx + b$.
Për këtë, e zgjidhim sipas y:

$$3y = -2x + 6$$

$$y = -\frac{2}{3}x + 2.$$

Pra, pjerrtësia është $-\frac{2}{3}$ dhe y-pikëprerja është $(0, 2)$. □

Forma pikë-pjerrtësi e ekuacionit të një drejtëze

Forma pikë-pjerrtësi e ekuacionit të një drejtëze

Ekuacioni

$$y - y_0 = m(x - x_0)$$

është ekuacioni i drejtëzës e cila kalon nëpër pikën (x_0, y_0) dhe ka pjerrtësi m .

Zbatim i formës pikë-pjerrtësi

Shembull

Që nga fillimi i vitit, çmimi i bukës së zezë në një supermarket është ngritur me shpejtësi konstante 2 cent në muaj.

Më 1 qershor çmimi ka arritur 1.46 € copa.

Shprehni çmimin e bukës si funksion të kohës dhe përcaktoni çmimin në fillimin e vitit.

Zgjidhje...

- Shënonjë me t numrin e muajve nga fillimi i vitit dhe me p çmimin e copës së bukës (në cent).
- Meqë p ndryshon me shpejtësi konstante sipas t , funksioni i cili shoqëron p me t duhet të jetë linear.



Zbatim i formës pikë-pjerrtësi. (Vazhdim)

... Zgjidhje...

- Meqë çmimi rritet për 2 sa herë që t rritet për 1, pjerrtësia e drejtëzës duhet të jetë 2.
- Fakti se çmimi ishte 146 cent (1.46 €) më 1 qershor, ka për rrjedhojë se drejtëza kalon nëpër pikën (5, 146).
- Shfrytëzojmë formulën pikë-pjerrtësi

$$p - p_0 = m(t - t_0)$$

me $m = 2$, $t_0 = 5$, $p_0 = 146$, për të fituar

$$p - 146 = 2(t - 5)$$

$$p = 2t + 136.$$



Zbatim i formës pikë-pjerrtësi. (Vazhdim)

... Zgjidhje.

- Çmimi në fillimin e vitit fitohet për vlerën $t = 0$:

$$2 \cdot 0 + 136 = 136$$

cent, d.m.th. 1.36 €.

- Drejtëza përkatëse është paraqitur në figurën vijuese.



Zbatim i formës pikë-pjerrtësi. (Vazhdim)

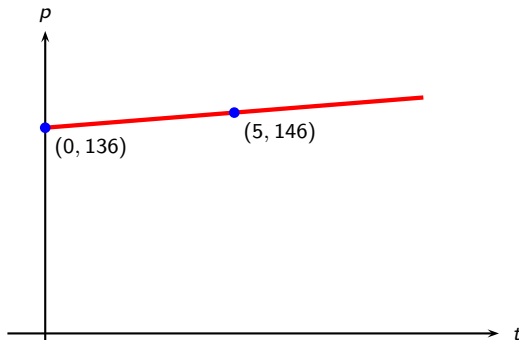


Figura: Rritja e çmimit të bukës: $p = 2t + 136$.

Udhëzime për lexim të mëtejme

- <http://fberisha.netfirms.com>
- **Detyrë shtëpie:** Detyrat për ushtrime nga materiali mësimor.
- F. M. Berisha, M. Q. Berisha, *Matematikë – për biznes dhe ekonomiks*, fq. 122–133.
- L. D. Hofmann, G. L. Bradley, *Calculus – for business, economics and life sciences*, fq. 29–46.

Përfundim

- Nocioni i një funksioni linear dhe grafiku i tij.
- Pjerrtësia e një drejtëze.
- Format pjerrtësi-pikëprerje dhe pikë-pjerrtësi të ekuacionit të një drejtëze.