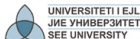


# Funksionet dhe grafikët e tyre

## Funksionet

F. M. Berisha



Universiteti i Evropës Juglindore, Tetovë

## Qëllimet dhe objektivat

- Nocioni i funksionit
- Nocioni i kompozimit të funksioneve
- Zbatime praktike

# Përmbajtja

- 1 Nocioni i një funksioni
- 2 Kompozimi i funksioneve

# Funksioni

## Funksion

*Funksion* është një rregull e cila çdo elementi të një bashkësie  $A$  i shoqëron saktësisht një element të një bashkësie  $B$ .

Bashkësia  $A$  quhet *domen* (ose *fushë përkufizimi*) i funksionit, kurse bashkësia e elementeve të shoqëruara në  $B$  quhet *kodomen* (ose *rang*).

# Interpretime të një funksioni $f$

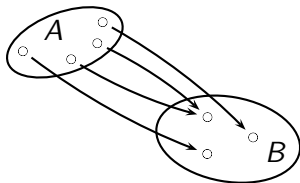


Figura: Funksioni si pasqyrim



Figura: Funksioni si makinë

## Shembuj funksionesh

### Shembull

Gjeni  $f(2)$  në qoftë se  $f(x) = x^2 + 1$ .

### Zgjidhje.

$$f(2) = 2^2 + 1 = 5.$$



## Shembuj funksionesh. (Vazhdim)

### Shembull

Supozoni se kostoja totale në euro e prodhimit të  $q$  njësish të një malli të caktuar është dhënë me funksionin

$$C(q) = q^3 - 20q^2 + 600q + 300.$$

- 1 Llogaritni koston e prodhimit të 10 njësive të mallit.
- 2 Llogaritni koston e prodhimit të njësisë së 10-të të mallit.

## Shembuj funksionesh. (Vazhdim)

### Zgjidhje.

- ① Kostoja e prodhimit të 10 njësive është vlera e *funksonit të koston totale* kur  $q = 10$ :

$$C(10) = 10^3 - 20 \cdot 10^2 + 600 \cdot 10 + 300 = 5300$$

euro.

- ② Kostoja e prodhimit të njësisë së 10-të është ndryshimi:

$$\begin{aligned} C(10) - C(9) &= C(10) - (9^3 - 20 \cdot 9^2 + 600 \cdot 9 + 300) \\ &= 5300 - 4809 = 491 \end{aligned}$$

euro.





# Kompozimi i funksioneve

## Kompozim funksionesh

Në qoftë se janë dhënë dy funksione  $g(u)$  dhe  $f(x)$ ,  
*kompozimi* (ose *funksioni i përbërë*)  $g(f(x))$   
është funksion i  $x$  i formuar me zëvendësimin  $u = f(x)$   
për  $u$  në formulën për  $g(u)$ .

## Interpretime të kompozimit $g(f(x))$

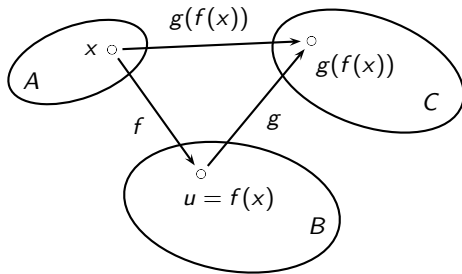


Figura: Kompozimi si pasqyrim

## Interpretime të kompozimit $g(f(x))$ . (Vazhdim)

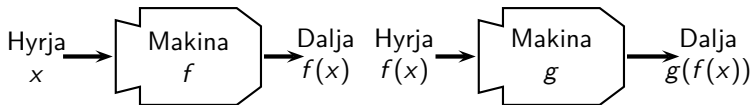


Figura: Kompozimi si vijë prodhimi

## Shembuj kompozimesh

### Shembull

Gjeni funksionin e përbërë  $g(f(x))$  në qoftë se  $g(u) = u^2 + 2u - 1$  dhe  $f(x) = x - 1$ .

### Zgjidhje.

Duke zëvendësuar  $u$  me  $x - 1$  në formulën për  $g(u)$  fitojmë

$$\begin{aligned} g(f(x)) &= g(x - 1) = (x - 1)^2 + 2(x - 1) - 1 \\ &= (x^2 - 2x + 1) + (2x - 2) - 1 = x^2 - 2. \end{aligned}$$



## Shembuj kompozimesh. (Vazhdim)

### Shembull

Gjeni  $f(x+1)$  në qoftë se  $f(x) = 2x^2 - \frac{1}{x} + 1$ .

### Zgjidhje.

Shkruajmë formulën për  $f$  në mënyrë ca më neutrale, p.sh.:

$$f(\square) = 2(\square)^2 - \frac{1}{\square} + 1.$$

Për të gjetur  $f(x+1)$ , fusim shprehjen  $x+1$  brenda secilës kuti:

$$f(x+1) = 2(x+1)^2 - \frac{1}{x+1} + 1.$$



## Udhëzime për lexim të mëtejme

- <http://fberisha.netfirms.com>
- **Detyrë shtëpie:** Detyrat për ushtrime nga materiali mësimor.
- F. M. Berisha, M. Q. Berisha, *Matematikë – për biznes dhe ekonomiks*, fq. 105–112.
- L. D. Hofmann, G. L. Bradley, *Calculus – for business, economics and life sciences*, fq. 2–16.

# Përfundim

- Kuptimi i një funksioni si vartësi ndërmjet dy madhësish
- Shprehja e një vartësie madhësish biznesi me anë të një funksioni
- Nocioni i kompozimit të funksioneve dhe zbatimi i tij për zgjidhje problemesh