

Elemente të algjbrës lineare

Sistemet e dy ekuacioneve

F. M. Berisha, N. Berisha



Universiteti i Prishtinës

Qëllimet dhe objektivat

- Të paraqitet grafikisht drejtëza e cila i përgjigjet një ekuacioni linear me dy të panjohura
- Të identifikohet në ekuacionin e drejtëzës, të kuptohet dhe të mësohet të llogaritet pjerrtësia e një drejtëze.
- Të identifikohet në ekuacionin e drejtëzës dhe të kuptohet y -pikëprerja e një drejtëze.
- Të kuptohet dhe të mësohet të llogaritet zgjidhja e një sistemi të dy ekuacioneve lineare

Përmbajtja

- 1 Ekuacionet lineare. Paraqitja grafike
- 2 Sistemet e dy ekuacioneve lineare
 - Zgjidhja grafike
 - Zgjidhja analitike

Ekuacionet lineare

Shembull

Një ndërmarrës planifikon të fillojë një biznes të prodhimit dhe shitjes së biçikletave.

Ndërmarrësi dëshiron ta llogarisë pikën e *rentabilitetit* (pika ku të hyrat janë të barabarta me kostot).

Ai vlerëson se *kostoja fikse* e tij do të jetë 1,000 € në muaj, kurse *kostoja variabile* do të rritet *linearisht*.

Llogaritjet paraprake tregojnë se kostoja variabile për prodhimin e 500 biçikletash do të jetë 9,000 € në muaj.

- Kostoja totale e prodhimit të 500 biçikletave:

$$\begin{aligned}\text{kostoja totale} &= \text{kostoja fikse} + \text{kostoja variabile} \\ &= 1000 + 9000 = 10,000.\end{aligned}$$

Ekuacionet lineare. (Vazhdim)

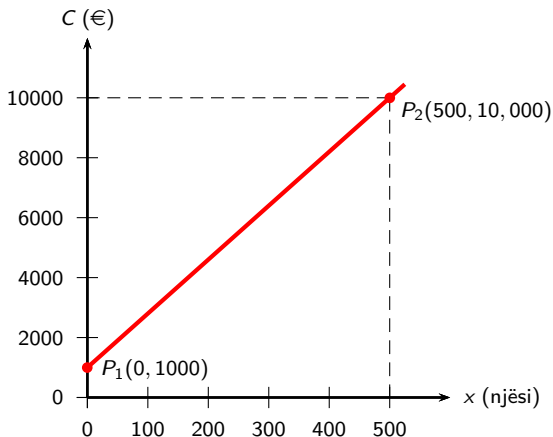


Figura: Kostoja totale sipas numrit të biçikletave.

Ekuacioni i një drejtëze

- *Sistem koordinativ kartezyan*
 - *Abshisë*: boshti x
 - *Ordinatë*: boshti C
- Drejtëza nëpër P_1, P_2 : kostoja totale në vartësi nga numri i biçikletave
 - $P_1(0, 1000)$
 - $P_2(500, 10000)$
- Ekuacioni i një drejtëze në rastin e përgjithshëm:

$$y = mx + b$$

- x është abshisa, y është ordinata
- m është *pjerrtësia*
- b është *y-pikëprerja* e drejtëzës

Ekuacioni i një drejtëze. (Vazhdim)

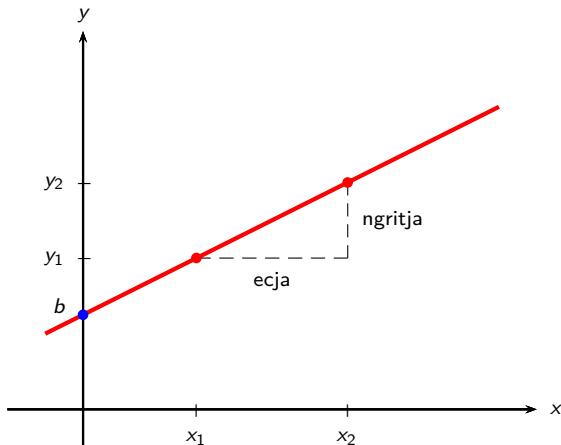


Figura: Drejtëza $y = mx + b$.

Ekuacioni i një drejtëze. (Vazhdim)

- Pjerrtësia:

$$m = \frac{\text{ngritja}}{\text{ecja}} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

- Në shembullin tonë:

$$m = \frac{\text{ngritja}}{\text{ecja}} = \frac{C_2 - C_1}{x_2 - x_1} = \frac{10000 - 1000}{500 - 0} = \frac{9000}{500} = 18$$

- Ekuacioni i drejtëzës së kostos totale:

$$C = 18x + 1000$$

$$C - 18x = 1000$$

Zgjidhja grafike e sistemeve të dy ekuacioneve

Shembull

Ndërmarrësi ka përcaktuar se të ardhurat do të jenë poashtu lineare dhe se në qoftë se shet 500 biçikleta me çmim 25 € për copë, ai do të gjenerojë të ardhura prej $500 \cdot 25 = 12,500$ euro.

Ndërmarrësi dëshiron të llogarisë *pikën e rentabilitetit*: pika ku të ardhurat janë të barabarta me kostot.

- Drejtëza e re
 - fillon në pikën $P_3(0, 0)$
 - kalon nëpër pikën $P_4(500, 12500)$.

Zgjidhja grafike e sistemeve. (Vazhdim)

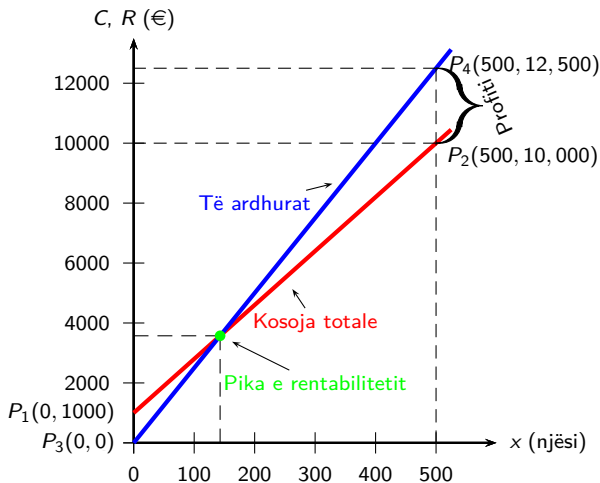


Figura: Prerja e grafikëve (drejtëzave) të kosos totale dhe të ardhurave.

Zgjidhja analitike e sistemeve të dy ekuacioneve

- Ekuacioni i drejtëzës së të ardhurave:

$$R = mx + b$$

- Pjerrtësia:

$$m = \frac{\text{ngritja}}{\text{ecja}} = \frac{R_2 - R_1}{x_2 - x_1} = \frac{12,500 - 0}{500 - 0} = \frac{125}{5} = 25$$

- y-pikëprerja:

$$b = 0$$

- Ekuacioni i të ardhurave:

$$R = 25x$$

Zgjidhja analitike e sistemeve. (Vazhdim)

- Për ta zgjidhur analitikisht një sistem, shënojmë abshisat dhe ordinatat e të dyja drejtëzave me simbole të njëjta.
 - Me x numrin e njësive të prodhuara dhe të shitura të biçikletave
 - Me y vlerën e kostos totale të barabartë me vlerën e të ardhurave.
- *Sistemi i ekuacioneve:*

$$y - 18x = 1000$$

$$y = 25x$$

Zgjidhja analitike e sistemeve. (Vazhdim)

- Zgjidhim njërin nga ekuacionet sipas njërës ndryshore dhe zëvendësojmë në ekuacionin tjetër:

$$25x - 18x = 1000$$

$$7x = 1000$$

$$x = \frac{1000}{7}$$

- Zëvendësojmë vlerën e fituar për të gjetur ndryshoren tjetër:

$$y = 25 \cdot \frac{1000}{7} = \frac{25000}{7}.$$

- Në aplikacionin tonë:

$$x = \frac{1000}{7} \approx 142.86 \approx 143$$

Udhëzime për lexim të mëtejme

- <http://www.fberisha.org>
- **Detyrë shtëpie:** Detyrat për ushtrime nga materiali mësimor.
- F. M. Berisha, M. Q. Berisha, *Matematikë – për biznes dhe ekonomiks*, fq. 1–9.

Përfundim

- Paraqitja grafike e një ekuacioni linear me dy të panjohura

$$y = mx + b$$

- Zgjidhja e një sistemi të dy ekuacioneve lineare me
 - metodën grafike
 - metodën e zëvendësimit