

## 1.4 Shumëzimi i matricave. Matrica inverse

### Detyra për ushtrime

1. Për matricat  $A, B, C, D$  të dhëna me

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -4 & -1 \\ -2 & 0 & 3 \\ 7 & -1 & 5 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 5 & 3 & 1 \\ -2 & 1 & 1 \\ 6 & -1 & 4 \end{bmatrix},$$
$$C = \begin{bmatrix} 1 & 3 & -2 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}, \quad D = \begin{bmatrix} 4 & -3 \\ 2 & 3 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$$

tregoni se a janë të mundura veprimet vijuese, dhe në qoftë se po, gjeni rezultatin.

- (a)  $AB$ ;
- (b)  $AC$ ;
- (c)  $BD$ ;
- (d)  $CD$ ;
- (e)  $BA$ ;
- (f)  $CA$ ;
- (g)  $DA$ .

2. Të zgjidhet sistemi

$$\begin{aligned} 2x_1 + x_2 - x_3 + x_4 - 3x_5 &= 9 \\ x_1 + 2x_3 - x_4 + x_5 &= 3 \\ -2x_2 - x_3 + x_4 - x_5 &= -6 \\ 3x_1 + x_2 - 4x_3 + 5x_5 &= 0 \\ x_1 - x_2 - x_3 - x_4 + x_5 &= -3 \end{aligned}$$

## 3. Të zgjidhet sistemi

$$\begin{aligned}4x_1 - x_2 + x_3 &= 8 \\2x_1 + 5x_2 + 2x_3 &= 3 \\x_1 + 2x_2 + 4x_3 &= 11\end{aligned}$$

- (a) me metodën e eliminimit të Gauss-it;
- (b) me metodën e Cramer-it;
- (c) me metodën e matricës inverse.
4. Një biznesmen i vogël alokon kohën e tij ndërmjet shitjesh (si klientëve të vjetër ashtu atyre të rinjë), menagjimit të zyrës dhe planifikimit afatgjatë. Ai vendos se gjysmëm e kohës së tij duhet t'ua përkushtojë shitjeve dhe atë dy herë më tepër kohë klientëve të vjetër sesa klientëve të rinjë. Gjithashtu, ai vendos t'i përkushtojë dy herë më tepër kohë klientëve të rinjë sesa planifikimit afatgjatë. Supozoni se ai punon 40 orë në javë. Si duhet ta alokojë kohën e tij biznesmeni ashtu që të arrijë qëllimet e veta?
5. Një agjenci siguracionesh regjistron shitjet e kryera nga secili agjent në një pano të madhe. Agjencia ka një staf shitës pesëanëtarësh, dhe ofron siguracion jete, siguracion veture dhe siguracion shtëpie. Panoja mund të organizohet siç është treguar në tabelën vijuese.

Tipi i policës	Alisa	Mjellma	Fisniku	Dardani	Helena
Jete	8	10	6	3	5
Veture	3	4	12	12	10
Shtëpie	7	6	3	2	8

Të dhënat në tabelën janë për muajin janar. Në qoftë se pajtohemi të mbajmë mend domethënien e fushës në secilën pozitë, atëherë shifrat e shitjes për janar mund të paraqiten me anë të një matrice  $3 \times 5$

$$A = \begin{bmatrix} 8 & 10 & 6 & 3 & 5 \\ 3 & 4 & 12 & 12 & 10 \\ 7 & 6 & 3 & 2 & 8 \end{bmatrix}.$$

Matrica përkatëse për shkurt është

$$B = \begin{bmatrix} 4 & 6 & 5 & 6 & 4 \\ 5 & 2 & 2 & 6 & 8 \\ 6 & 8 & 5 & 2 & 6 \end{bmatrix}.$$

- (a) Gjeni matricën e cila paraqet shitjet e kombinuara për janar dhe shkurt.
  - (b) Në qoftë se menagjeri i shitjes planifikon për mars për secilin shitës të realizojë dyfishin e shkurtit për secilin tip police, gjeni matricën që paraqet pikësynimin.
6. Në situatën e përshkruar në detyrën 5, për kuartalin qershor deri gusht është planifikuar që shitjet të jenë të barabarta me shumën e shitjeve në janar dhe dyfishin e tyre në shkurt. Gjeni matricën e cila paraqet shitjen e planifikuar.
  7. Në situatën e përshkruar në detyrën 5, 1,000 € për një policë jete, 600 € për një policë veture, dhe 500 € për një policë shtëpie. Gjeni matricat  $C$  dhe  $D$  që paraqesin të ardhurat e gjeneruara nga secili shitës për secilin tip police në janar dhe shkurt. Gjeni matricën  $P$  të tillë që  $C = PA$  dhe  $D = PB$ .
  8. Në situatën e përshkruar në detyrën 7, supozoni se është planifikuar që të ardhurat në mars të jenë 10% më të larta sesa ato në shkurt. Gjeni matricën e cila paraqet të ardhurat e rritura.
  9. Në situatën e përshkruar në detyrën 7, supozoni se menagjeri i shitjeve ka planifikuar të ardhurat në mars krahasuar me ato në shkurt të rriten për 10% për të ardhurat nga të gjitha tipet e policave për Alisën, dhe 15% rritje të ardhurash nga të gjitha tipet e policave për Dardanin. Gjeni matricën  $R$  ashtu që matrica e të ardhurave për mars të jetë  $E = DR$ .
  10. Cila është matrica katrore  $D = [d_{ij}]$  e rendit  $n$  me vetinë

$$d_{ij} = 1 \quad \text{për } i = j$$

dhe

$$d_{ij} = 0 \quad \text{për } i \neq j?$$

11. Tregoni se për çdo matricë të rendit  $m \times n$

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & \dots & a_{2n} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & \dots & a_{3n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & a_{m3} & \dots & a_{mn} \end{bmatrix}$$

vlen

$$AI_n = I_m A = A,$$

ku  $I_m$  dhe  $I_n$  janë matrica identike të rendeve  $m$  dhe  $n$ .